第3卷 第2期 航空动力学报 Vol.3 No.2
1988年4月 Journal of Aerospace power Apr. 1988

叶片-轮盘组件的动力特性研究

南京航空学院 高德平 张益松 伊立言

摘 要

本文采用扇形厚板元和波传动法，计算了叶盘组合模型件的振动特性，讨论了组合体与单独叶片及轮盘振动特性的差异，分析了叶盘几何参数变化所产生的影响。文中还对某实际叶盘组件进行了有限元分析，并用实验方法作了检验，结果表明两者是吻合的。

用有限元法计算叶盘组合体振动，有两种较好方法：一种是Kirkhope和Wilson[1]提出，后经Mota Soares等人发展成半解析的环形元法(即有限条法)；另一种是后者提出的采用扇形厚板元的波传动法[2]。这两种方法都具有取单元和节点数少、计算精度高等优点，较便于工程应用。然而，这些方法对实际叶盘组件进行计算的经验尚不多，国内外还没有精度高的范例。本文作者经过大量的计算考核，认为对实际叶盘组件的计算拟采用扇形厚板元与厚壳元的组合方案。

一、扇形厚板元和波传动法

扇形厚板元是基于厚板理论[3]的一种有限元素（图1），可作轮盘计算模型。它具有八个节点，每节点有横向位移Wi，径向转角φ_i和周向转角φ_i三个自由度。其任一点的坐标：

$$\gamma = \gamma_2 + 0.5\ (\gamma_3 - \gamma_1)\ \eta$$
$$\theta = \beta\xi$$
$$Z = 0.5\xi \sum_{i=1}^{3} Ni\ (\eta)\ hi \qquad (1)$$

其中，β是扇形的半角，坐标插值函数为：

$$\left.\begin{aligned} N_1(\eta) &= 0.5\ (-\eta + \eta^2) \\ N_2(\eta) &= 1 - \eta^2 \\ N_3(\eta) &= 0.5\ (\eta + \eta^2) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

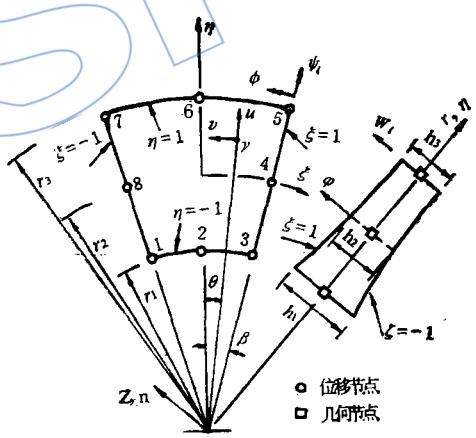


图 1 扇形厚板元

位移向量为：

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} z\phi(\gamma,\theta) \\ -z\varphi(\gamma,\theta) \\ \omega(\gamma,\theta) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} z\sum_{i=1}^{8} N_i^*(\xi,\eta)\phi_i \\ -z\sum_{i=1}^{8} N_i^*(\xi,\eta)\varphi_i \\ z\sum_{i=1}^{8} N_i^*(\xi,\eta)\omega_i \end{Bmatrix} \qquad (3)$$

其中位移插值函数为：

本文于1987年8月收到。

$$N_i^*(\xi,\eta)=\begin{cases}(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)(\xi\xi_i+\eta\eta_i-1)/4 & i=1,3,5,7\\(1-\xi^2)(1+\eta\eta_i)/2 & i=2,6\\(1-\eta^2)(1+\xi\xi_i)/2 & i=4,8\end{cases}\qquad(4)$$

对于叶盘组件，可根据结构的回转周期性，运用波传动法来求解其振动特性。其基本思想是：当频率为ω的某谐波通过结构时，相邻两扇形所对应的幅值比可以表示为e^N，其中μ是波传动常数。利用这一特点，只需分析周期结构中任一扇形子结构，即可得整个结构的振动特性。对带N个叶片的轮盘，每一子结构包含一个叶片和扇形角为$\beta=2\pi/N$的部分轮盘。

二、叶盘组合模型件的振动特性

叶盘组合模型的轮盘内周边是固定的。二十八个平板叶片与轮盘平面成30°角斜装在盘缘上。对于这样的回转结构，可取其1/28的扇形作模型，采用波传动法求解。此扇形部分的单元划分为：轮盘上取六个扇形厚板元，叶片上取六个梁元。当叶片展弦比较大，扭曲不太剧烈时，叶片可用三维梁元表示。

上述叶盘组件模型的固有频率计算值与实验结果比较表明两者是相当吻合的(见表1)。实验值是利用六个电涡流激振器，通过多点调力激发单模态而得到的[4]。

根据有限元计算，带叶片轮盘与单独轮盘的固有频率比较如图2所示。由图可见，带叶片轮盘的固有频率低于单独轮盘同阶的固有频率（比较曲线S和S′）。在低于某一频率值的范围内，组合件的固有频率数目远远多于单独轮盘的固有频率数目，即组合体的模态更为密集。

对于单独轮盘的振型，在同一节径数的情况下，节圆数目越多，固有频率越高。对于叶盘组件，其振动情况更为复杂。因为轮盘带了叶片以后，振动节圆可能出现在盘上，也可能出现在叶片上。因此当组合体具有同样节圆数和节径数时，其振动形式也未必相同。如图3所示的两个零节径、二节圆的振型，分别对应于不同的固有频率。图中虚线表示振动模态的

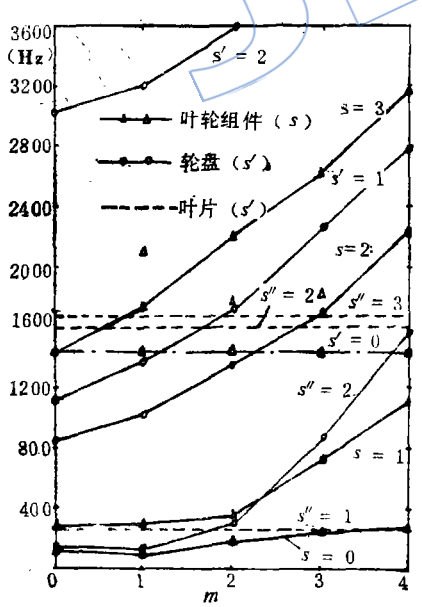
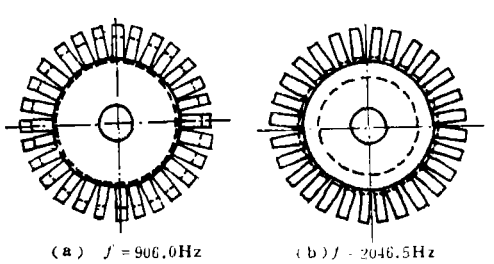


图2 叶盘组件与单独叶、盘固有频率值的比较

表1 固有频率计算值与实验值的比较(单位：Hz)

节圆数	S = 0		S = 1		S = 2	
节径数	计算值	实验值	计算值	实验值	计算值	实验值
m = 0	123.1	112.5	294.1	293.5	881.8	906.0
m = 1	86.8	84.5	302.8	315.7	1037	1002
m = 2	190.5	180.7	361.6	368.1	1384	1321
m = 3	253.5	256.2	708.8	643.6	—	—



(a) f = 906.0Hz (b) f = 2046.5Hz

图3 组件的二节圆情况

节线位置，可见图 3 (a)与图 3 (b)是两种不同的振型。

图 2 中三条水平虚线表示单独叶片根部固装时的固有频率值，$S''=1,2,3$分别为叶片前三阶弯曲振动固有频率的情况。由图 2 中的点划线看出，对于各不同节径数的情况，在某一频率（1480Hz)附近，组合体都将产生固有振动，零节径 3 节圆固有振动；1节径 3 节圆固有振动；2 节径 3 节圆固有振动；3 节径 2 节圆固有振动；4 节径 2 节圆固有振动等。虽然上述诸例的振动形式各不相同，但根据对平板叶片计算的结果来看，这些振动频率(1480Hz左右)皆与其一阶扭转振动固有频率很接近。因此，上述振动的振型，可以认为叶片作一阶扭转振动，而轮盘的振幅很小，近似地看作为叶片的弹性基础。

三、几何参数变化对振动特性的影响

当轮盘取不同厚度时，即TD = 3.0,3.5,4.1,4.8,5.6,6.5mm（对应图 4 中1～6曲线)，组件固有频率随 TD 的变化关系如图 4 所示。结果表明，当轮盘厚度增加时，各阶固有频率相应增加，均无例外。对于模态阶次高的情况，固有频率随厚度增加更快。对于节径数多而模态阶次比较低的情况，其固有频率随轮盘厚度的变化甚微。

当叶片厚度改变时，取TB = 1.5,2.0,2.5,3.0,3.5,4.0mm时(对应图 5 中 1 ～ 6 曲线)，

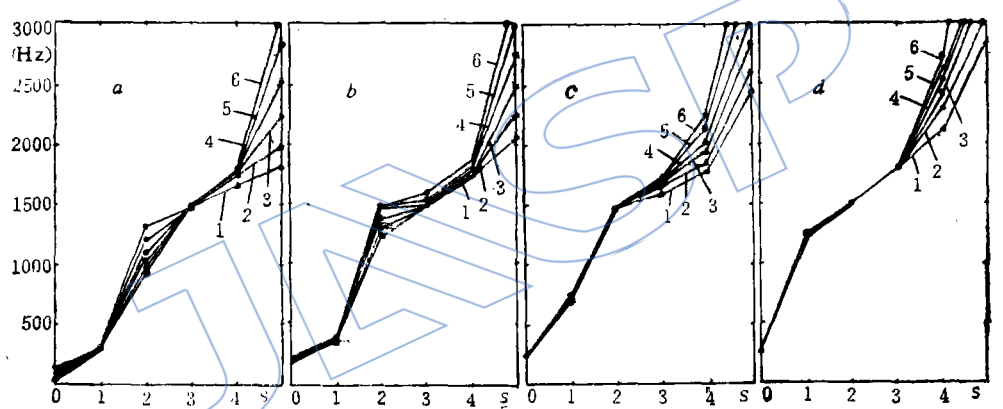


图 4　不同叶片厚度的频率曲线(A、B、C、D,分别为节径数m = 1,2,3,4,)

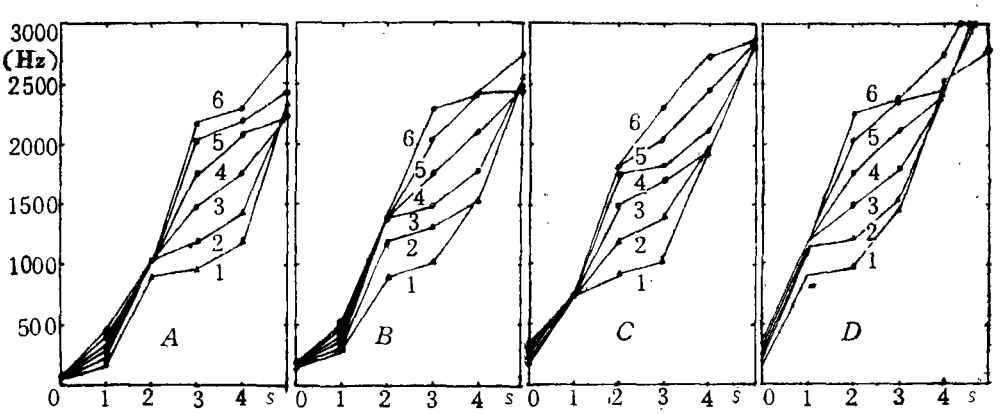


图 5　不同叶片厚度的频率曲线(A、B、C、D分别为m = 1,2,3,4,)

组合件振动特性的变化如图 6 所示。

由图可知，对于节径数m为 1 和 2，节圆数S为零的振动，其固有频率基本上不随叶片厚度的增加而变化（叶片长度变化时，也有类似情况，这里从略）。在各种不同节径的情况下，低阶频率随叶片厚度的增加而提高，而高阶频率则有相反的趋势。

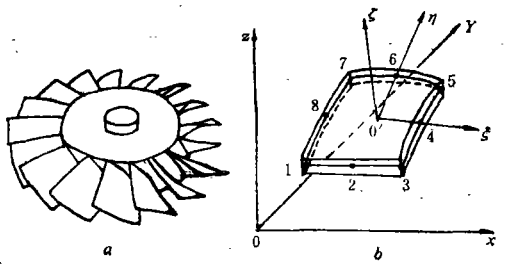


图 6 压气机及其计算模型

表 2 实际叶盘的频率计算结果（单位：Hz）

s	S = 0		S = 1	S = 2	S = 3	S = 4
m	实验值	计算值	计算值	计算值	计算值	计算值
m = 0	—	1406	2312	2783	3560	5224
m = 1	1116	1162	2315	2785	3560	5273
m = 2	1635	1823	2328	2788	3560	5292
m = 3	2744	2307	2782	3472	3566	5305

四、计算实例与结论

取某型发动机的压气机整体式叶盘组件（如图 6（a））为计算模型。轮盘上有十七个大扭曲、小展弦比的叶片。计算中叶片采用了八节点超参数厚壳元[5]，每个节点且有五个自由度，即三个正交方向的线位移及两个转动角位移。

轮盘取 5 个扇形厚板元，叶片取 9 个厚壳超参元，（如图 6（b）所示）共69个节点。对于1/17的扇形模型，应用波传动法进行分析，计算结果与试验值的比较见表 2 。试验值是采用压电陶瓷片激发纯模态，通过全息摄影获得的。

计算与试验结果的对比表明（表 1 和 2 ），无论对于叶盘模型或实际压气机叶盘组合件，采用本文计算方法是适宜的，使用也较方便，并大大地减少了所需的计算机容量和机时，改善了这类组件结构振动分析的经济性。

扇形厚板元实际上是八节点等参数厚板元的发展，在用于回转周期结构的振动分析时，只需取结构中的一个扇形区作为计算模型，运用波传动法即可求解，大大缩小了求解特征值问题的规模。至于叶片，可以根据实际结构情况，采用梁元、板元或壳元。

文中初步讨论了叶盘组合件的振动特性，研究了轮盘和叶片的某些几何参数变化对结构振动特性的影响。这些规律将有助于进一步认识叶盘织合结构的动力性能，并对防振和减振有一定的参考价值。

参 考 文 献

〔1〕 Kirhope,J.and Wilson,G.J.,"Vibration and Stress Analysis of Thin Rotating Discs Using Annular Finite Elements",J.S.V(1976),44(4),PP461-474.

〔2〕 Mota Soares C.A.and Petyt,M.,"Finite Element Dynamic Analysis of Practical Bladed Discs",J.S.V.(1978)61(4),PP561-579.

〔3〕 Mindlin,R.D. and Deresiewice,H.,"Thickness-Shear and Flexural Vibration of a Circular Disk",J.Applied Physics(1974)25,1329-13332.

〔4〕 张益松，"叶轮组合件振动特性研究-有限元计算和实验模态分析"，南京航空学院硕士学位论文(1985)。

〔5〕 Gao,D.P.and Petyt,M.,"Prediction of Frequencies of Practical Compressor Blades",ISUR Memorandum No.627,University of Southampton,1982.

（责任编辑 李其汉）

第3卷 第2期 航空动力学报 Vol.3 No.2
1988年4月 Journal of Aerospace Power Apr. 1988

A DYNAMIC CHARACTERISTIC ANALYSIS OF A BLADED DISK ASSEMBLY

Gao Deping, Zhang Yisong, Yi Liyan

(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract

The dynamic characteristics of a bladed disk assembly are calculated by means of sector elements of thick plates and wave propagation technique of periodical structure. The method saves greatly the computing time and the storage of computer. The vibration characteristics between the bladed disk assembly and the single blade or disk are compared and the influences of the variation of geometric parameters of the bladed disk assembly on its vibration characteristics are considered. Some conclusions are drawn which will play an important part in further research on the vibration control of an aeroengine. A bladed disk assembly of an actual compressor is analyzed in this paper, and the results obtained coincide with the experimental data. Therefore, the presented method is applicable to the practical engineering.

INTEGRATED STRESS ANALYSIS OF A BLADED DISK ASSEMBLY

Yin Zeyong

(Nanhua Powerplant Research Institute)

Liu Jun

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

The integrated finite element stress analysis for a bladed disk assembly has been carried out, using the cyclic symmetric model with contact surfaces. The model consists of a sector of the disk and a blade attached to this sector. The technique employed has the following features. 1.The contact of blade root and disk groove is taken into account in the analysis by incorporating three-dimensional contact relations at tde contact surfaces into stiffness equations of the model. Consequently, in comparison with the results obtained separately from analysis of the blade or the disk, the displacements and stress fields ac-

JASP